概率论与数理统计
习题集

第一章 随机事件及其概率

1.随机试验 2.样本空间、随机事件

一、填空题

1. 设A,B,C为事件，A,B至少有一个发生，但C不发生的事件可以表示为_______.
2. 设A,B,C为事件，A,B发生，但C不发生的事件可以表示为_______.

二、选择题

1. 向指定的目标射三枪，以A_1,A_2,A_3分别表示事件“第一、二、三枪击中目标”，则“只击中第一枪”用A_1,A_2,A_3表示为_______.

（A） A_1　　(B) $A_1\overline{A}_2\overline{A}_3$　　(C) $\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$　　(D) $A_1\cup A_2\cup A_3$

2. 向指定的目标射击三枪，若以A_1,A_2,A_3分别表示事件“第一、二、三枪击中目标”，则“至少击中一枪”用A_1,A_2,A_3表示为_________.

3. （A）A_1　（B）$A_1\cup A_2\cup A_3$　（C）$\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$　（D）$A_1\overline{A}_2\overline{A}_3$

3.频率与概率

1. 2 设 A,B 是两个事件，已知 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，$P(AB)=\frac{1}{8}$，则 $P(\overline{A}B)=$________.
2. 设A与B为两个事件，$P(A\cup B)=0.4$，则$P(\overline{A}\overline{B})=$____.
3. 设A与B为两个互不相容的事件，$P(A)=0.4, P(B)=0.5$，则$P(\overline{A}\overline{B})=$____.
4. 设A，B是任意两个事件，则$P(A-B)=$_____.

(A) $P(A)-P(B)$　　(B) $P(A)-P(B)+P(AB)$

(C) $P(A)-P(AB)$　　(D) $P(A)+P(B)-P(AB)$

5. 8、设 A 与 B 是两个事件，已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.7, P(A\cup B)=0.8$，则 $P(A\overline{B})=$_______.

（A）0.1　　（B）0.3　　（C）0.5　　（D）0

6. 12、设 A 与 B 是两个事件，已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.7, P(A\cup B)=0.8$，则 $P\left(AB\right)=$_______.

（A） 0.1　　(B) 0.3　　(C)0.5　　(D) 0.4

4.等可能概型（古典概型)

1. 袋中装有 10 只球，其编号为$1,2,\cdots,10$.从中任取 3 只球，则取出的球中最大号码为 5 的概率是_______.

2. 袋中有a只白球，b只红球，k个人（$k\le a+b$）依次在袋中取一只球，在不放回抽样下，求第 2 个人取到白球的概率_______.
3. 从 5 双不同型号的鞋中任取 4 只,则至少有 2 只鞋配成 1 双的概率为_______.
（A） $\frac{1}{21}$　　（B）$\frac{12}{21}$　　（C）$\frac{8}{21}$　　（D）$\frac{13}{21}$

5.条件概率

一、综合计算题
1. 设有 2 个同样的箱子，第一箱中有 10 个球，其中 8 个白球和 2 个黑球。第二箱中有 20 个球，其中 4 个白球和 16 个黑球。现在从 2 箱子中任取 1 个箱子，从中任取 1 球，求取到白球的概率.

2. 某工厂有三个车间 A,B,C，生产一种产品的概率依次为 0.6, 0.3, 0.1，它们的次品率依次为 0.01, 0.05, 0.04。若从这批产品中随机取一件，求该产品是次品的概率？
3. 设播种的麦种混有一等，二等，三等，四等的种子，百分比分别占 0.955，0.02，0.015，0.01. 一等，二等，三等，四等的种子长出的麦穗含 50 颗以上麦粒的概率分别是 0.5，0.15，0.1，0.05，求这批种子所结麦穗含 50 颗以上麦粒的概率.

4. 设一仓库中有 10 箱同种规格的产品，其中由甲、乙、丙三厂生产的分别为 5 箱、3 箱、2 箱，三厂产品的次品率依次为 0.1，0.2，0.3，从这 10 箱中任取一箱，再从这箱中任取一件，求这件产品为正品的概率.若取出的产品为正品，它是甲厂生产的概率是多少.

5. 一在线计算机系统，有 4 条输入通讯线，其性质如下表，求一随机选择的进入讯号无误差地被接受的概率.

通讯线	通讯量的份额	无误差的讯息的份额
1	0.4	0.9998
2	0.3	0.9999
3	0.1	0.9997
4	0.2	0.9996

6. 计算机中心有三台打字机 A,B,C，程序交与各台打字机打字的概率依次为 0.6,0.3,0.1，打字机发生故障的概率依次为 0.01,0.05,0.04.已知一程序因打字机发生故障而被破坏了，求该程序是在 A,B,C 上打字的概率分别为多少？
7. 一种用来检验 50 岁以上的人是否患有关节炎的检验法，对于确实患关节炎的患者有 85%给出了正确结果；而对于已知未患关节炎的人有 4%会认为他患关节炎.已知人群中有 10%的人患有关节炎.问一名被检验者经检验，认为他没有患关节炎，而他却患有关节炎的概率？
8. 某地区居民的肝癌发病率为 0.0004，现用甲胎蛋白法进行普查，医学研究表明，化验结果是存在错误的.已知患有肝癌的人其化验结果 99%呈阳性（有病），而没有患有肝癌的人其化验结果 99.9%呈阴性（无病），现某人的检验结果为阳性，问他真的患肝癌的概率是多大.
9. 甲袋中有 3 个白球 2 个黑球，乙袋中有 4 个白球 4 个黑球，今从甲袋中任取 2 球放入乙袋，再从乙袋中任取一球，求该球是白球的概率.
10. 假设有同种零件两箱，第一箱内装 50 件，其中 10 件一等品；第二箱内装 30 件，其中 18 件一等品。现从 2 箱中任取 1 箱，从中任取 1 个零件，求取出的零件是一等品的概率.

6.独立性

1. 设事件 A,B 相互独立，$P(A)=0.3, P(AB)=0.18$，则 $P(B)=$_______.

2. 设 A,B 两事件相互独立，$P(A\cup B)=0.6$，$P(A)=0.4$，则 $P(B)=$_________.

3. 甲、乙两人分别独立破译某个密码，设甲、乙单独译出的概率是 0.4，0.7，则密码能译出的概率是_______.

4. 3 个人独立地破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为 $\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$, 则三人能同时译出密码的概率是________.

5. 某一治疗方法对一个患者有效的概率为 0.9，今对 3 个患者进行了治疗，对各个患者的治疗效果是相互独立的，则对 3 个患者的治疗中，至少有一人是有效的概率_____.

6. 设事件 A，B，$P(A)>0, P(B)>0$, 且 $A\subset B$，则下列命题正确的是_____.

(A) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　(B) $P(AB)=P(A)P(B)$

(C) $P(A|B)=\dfrac{P(A)}{P(B)}$　　(D) $P(A-B)=P(A)-P(B)$

7. 设 A 与 B 互不相容，$P(A)>0, P(B)>0$，则___________一定成立.

（A） $P(A)=1-P(B)$　（B） $P(A|B)=0$　（C） $P(A|\overline{B})=1$　（D） $P(\overline{AB})=0$

8. 设事件 A 与 B 互不相容，$P(B)>0$，则_______一定成立.

（A） $P(B|A)>0$　（B）$P(A|B)=P(A)$　（C）$P(A|B)=0$　（D）$P(AB)=P(A)P(B)$

9. 设事件 A 与 B 相互独立，$P(A)>0$，$P(B)>0$，则_______一定不成立.

（A） $P(B|A)>0$　　(B) $P(A|B)=P(A)$

(C) $P(A|B)=0$　　(D) $P(AB)=P(A)P(B)$

10. 设事件 A 与 B 互不相容，$P(A)>0, P(B)>0$，则_______一定成立.

（A） $P(A)=1-P(B)$ (B) $P(A|B)=1$

(C) $P(A|\overline{B})=1$ (D) $P(\overline{AB})=1$

11. 设每次试验成功的概率是 $p(0<p<1)$，则 3 次重复独立试验都失败的概率为______.

（A） p^3 (B) $(1-p)^3$ (C) $p(1-p)^2+p^2(1-p)$ (D) $1-p^3$

第二章 随机变量及其分布

1.随机变量 2.离散型随机变量及其分布律

1. 设随机变量 X 的分布律为

X	1	2	3
P	1/2	1/3	1/6

则 $P(2\le X<4)=$____.

2. 设随机变量 X 的分布律为 $X\sim\begin{pmatrix}0 & 1 & 3\\ 0.4 & 0.3 & 0.3\end{pmatrix}$，则 $P\{X\le 2\}=$______.

3. 在进行 10 次重复独立试验中，每次试验成功率为 p （$0<p<1$），则 10 次试验中 4 次成功的概率为________.

（A） $C_{10}^4p^4(1-p)^6$ （B） $C_9^3p^4(1-p)^6$

（C） $C_9^4p^4(1-p)^5$ （D） $C_9^3p^3(1-p)^6$

4. 设每次试验成功的概率是 $p(0<p<1)$，则在 3 次重复独立试验中至少失败一次的概率为______.

（A） p^3 （B）$(1-p)^3$ （C） $p(1-p)^2+p^2(1-p)$ （D）$1-p^3$

二、综合计算题

1. 一电话公司有 5 名讯息员，各人在 t 分钟内收到讯息的次数 $X\sim\pi(2t)$（设各人收到讯息与否相互独立）.（1）求在一给定的一分钟内第一个讯息员未收到讯息的概率；（2）求在给定的一分钟内 5 个讯息员恰有 4 人未收到讯息的概率；（3）写出在一给定的一分钟内，所有 5 个讯息员收到相同次数的讯息

的概率.（无理数e不用做近似计算）

3.随机变量的分布函数

1. 设离散型随机变量X的分布律为$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/6 \end{pmatrix}$，求$X$的分布函数$F(x)$和概率$P\left(\frac{5}{4}<X\le\frac{5}{2}\right)$，$P(2\le X<4)$.

2. 4、一袋中有 5 个乒乓球，编号分别为 1，2，3，4，5，从中随机地取 3 个球，以X表示取出的 3 个球中最小号码.（1）写出X的分布律；（2）求X的分布函数$F(x)$.

3. 一袋中有 10 个球（其中 7 个旧球 3 个新球），每次从中随机地任取 1 个球（不放回），以X表示直到取到新球为止所进行的抽取次数，（1）写出X的分布律；（2）求X的分布函数$F(x)$.

4. 、一袋中有 5 个乒乓球，编号分别为 1，2，3，4，5，从中随机地取 3 个球，以X表示取出的 3 个球中最大号码，（1）写出X的分布律；（2）求X的分布函数$F(x)$.

5. 一袋中有 6 张卡片，编号分别为 0, 1，2，3，4，5，从中随机地取 3 张，以X表示取出的 3 张中最大号码，求：（1）X的分布律；（2）X的分布函数$F(x)$.

4.连续型随机变量及其概率密度

1. 设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases} kx^2, & 0\le x\le 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$. 则常数$k=$_______.

2. 设随机变量X的密度函数为$f(x)=\begin{cases} kx, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$，则$k=$_______.

3. 设随机变量X的密度函数为$f(x)=\begin{cases} Ax & 0<x<2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$，则$A=$_______.

4. 设随机变量X的函数为$F(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan x$，则其密度函数为$f(x)=$_______.

5. 设随机变量 X 的分布函数为 $F\left(x\right)=\begin{cases}0 , & x\le 0 ,\\ \dfrac{x}{a} , & 0<x<a ,\\ 1 , & x\ge a .\end{cases}$，则其密度函数为

$f(x)=$________.

6. 设随机变量 X 的概率密度为 $f\left(x\right)=\begin{cases}2x , & 0<x<1 ,\\ 0 , & 其他 .\end{cases}$ 以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中事件 $\{X\le\dfrac{1}{2}\}$ 出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$________.

7. 设 $X\sim N(0,1)$，$\Phi(x)$ 为 X 的分布函数，若 $\Phi(-a)=0.7$，则 $\Phi(a)=$__________.

8. 设随机变量 $X\sim N(1,2)$，且 $P\{1<X<3\}=0.4$，则 $P\{X<-1\}=$________.

9. 设随机变量 $X\sim N(3,4)$，若 $P\{X<C\}=P\{X\ge C\}$，则 $C=$________.

10. 设随机变量 $X\sim N(2,\sigma^2)$，且 $P\{2<X<4\}=0.4$，则 $P\{X<0\}=$________.

11. 设随机变量 $X\sim N(3,16)$，则 $P(X>3)=$________.

二、选择题

1. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}2\sin x, & x\in[0,A\pi],\\ 0, & 其他.\end{cases}$，则常数 $A=$______.

(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) $\dfrac{1}{3}$　　(C) 1　　(D) $\dfrac{3}{2}$

2. 若 $X\sim U(0,5)$，方程 $x^2+2Xx+5X-4=0$ 有实根的概率为______.

(A) $\dfrac{1}{5}$　　(B) $\dfrac{3}{5}$　　(C) $\dfrac{4}{5}$　　(D) $\dfrac{2}{5}$

3. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$ 将会________.

（A） 单调增加　　（B）单调减少　　（C）保持不变　　（D）不能确定

三、计算题

1. 设随机变量 X 服从指数分布 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{\frac{-x}{2}}, & x>0,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 求 X 的分布函数.

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0\ , & x<0\ ,\\ x^2, & 0\le x\le 1\ ,\\ 1\ , & x\ge 1\ .\end{cases}$$

求：（1）$P\{0.3<X<0.7\}$；（2）X 的密度函数 $f(x)$.

3. 一教授当下课铃打响时，他还不结束讲解.他常结束他的讲解在铃响后的一分钟以内，以 X 表示铃响至结束讲解的时间.设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}kx^2\ , & 0\le x\le 1,\\ 0\ , & 其\ 他.\end{cases}$ (1)确定 k；(2)求 $P\{X\le\frac{1}{3}\}$；(3)求 $P\{\frac{1}{4}\le X\le\frac{1}{2}\}$.

4. 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0\ , & x<0\ ,\\ x^2, & 0\le x\le 1\ ,\\ 1\ , & x\ge 1\ .\end{cases}$$

求：（1）$P\{0.3<X<0.7\}$；（2）X 的密度函数 $f(x)$.

5. 设随机变量 Y 的概率密度为 $f(y)=\begin{cases}0.2\ , & -1<y\le 0,\\ 0.2+Cy\ , & 0<y\le 1,\\ 0\ , & 其\ 他.\end{cases}$ (1)试求确定常数 C；（2）求分布函数 $F(y)$；（3）求 $P\{0\le Y\le 0.5\}$.

6. 设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X（以 min 计）服从指数分布，其概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, & x>0\ ,\\ 0\ , & 其他\ .\end{cases}$ 某顾客在窗口等待服务，若超过 10min，他就离开.他一个月要到银行 5 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数，试求 $P\{Y\ge 1\}$.

7. 设某种型号的器件的寿命 X（以小时计）具有概率密度 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1000}{x^2}, & x>1000,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 现有一大批这种器件（设各器件损坏与否相互独立），任取 5 只，问其中至少有 2 只寿命大于 1500 小时的概率.

8. 设随机变量 $X\sim U[2,5]$，现对 X 进行 3 次独立观测，求至少有 2 次观测值大于 3 的概率.

9. 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

Y 表示对 X 的 3 次独立重复观察中事件 $\{X\le\frac{1}{2}\}$ 出现的次数。

（1）求 $P\{Y=2\}$；（2）写出随机变量 X 的分布函数 $F(x)$.

10. 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}3x\,, & 0<x<1\,,\\ 0\,, & 其它\,.\end{cases}$$

Y 表示对 X 的 3 次独立重复观察中事件 $\{X\le\frac{1}{2}\}$ 出现的次数。

求：（1）$P\{Y=1\}$；（2）随机变量 X 的分布函数 $F(x)$.

11. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}0.003x^2, & 0\le x\le 10,\\ 0\,, & 其\ 他.\end{cases}$ 求 t 的方程 $t^2+2Xt+5X-4=0$ 有实根的概率.

5.随机变量的函数的分布

一、填空题

1. 设随机变量 X 的分布律为 $X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1 & 4\\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4\end{pmatrix}$，则 $Y=2X^2+1$ 的分布律为 $Y\sim$____.

2. 设随机变量 X 的分布律为

X	-2	-1	0	1	3

P_k	1/5	1/6	1/5	1/15	11/30

随机变量$Y=X^2+1$，则$P(Y=2)=$____.

3. 设随机变量X的分布律为$X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0.1 & 0.4 & 0.5\end{pmatrix}$，则$Y=X^2+1$的分布律为

$Y\sim$_________.

4. 设随机变量X的分布律为$X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0.3 & 0.3 & 0.4\end{pmatrix}$，则$Y=X^2+1$的分布律为

$Y\sim$_________.

5. 设随机变量X的分布律为$X\sim\begin{pmatrix}0 & 1 & 3\\ 0.4 & 0.3 & 0.3\end{pmatrix}$，则$P(X>2)=$_______.

6. 设随机变量X的分布律为$X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1 & 2\\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4\end{pmatrix}$，则$Y=X+1$的分布律为

$Y\sim$_______.

二、综合计算题

1. 设随机变量$X\sim U(-1,1)$, 求$Y=(X+1)/2$的概率密度.

2. 设随机变量X的概率密度函数为：$f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ 求$Y=-2\ln X$的概率密度.

3. 设随机变量X的概率密度函数为：$f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ 求$Y=e^X$的概率密度.

4. 设随机变量 X 的概率密度为$f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}, x\geq 0,\\ 0, \quad x<0.\end{cases}$，求$Y=\sqrt{X}$的概率密度$f_Y(y)$.

5. 设随机变量$X\sim N(0,\sigma^2)$，求随机变量$Y=|X|$的概率密度$f_Y(y)$.

6. 设随机变量X的概率密度函数为$f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}, x\geq 0\ ,\\ 0\ \ , x<0\ .\end{cases}$ 求随机变量$Y=e^{2X}$的概率密度函数$f_Y(y)$.

第三章 多维随机变量及其分布

一、选择题

1、设随机变量 X 和 Y 相互独立，其概率分布律为

X	-1	1
p	0.5	0.5

Y	-1	1
p	0.5	0.5

则下列式子正确的是_______.

（A） $X=Y$　　(B) $P\{X=Y\}=0$　　(C) $P\{X=Y\}=0.5$　　(D) $P\{X=Y\}=1$

2、设 X,Y 是相互独立的两个随机变量，它们的分布函数分别为 $F_X(x)$， $F_Y(y)$，则 $Z=\max(X,Y)$ 的分布函数为_____________.

（A） $F_Z(z)=\max\{F_X(z),F_Y(z)\}$　　（B） $F_Z(z)=\max\{|F_X(z)|,|F_Y(z)|\}$

（C） $F_Z(z)=F_X(z)F_Y(z)$　　（D）以上都不对

3、设 X,Y 是相互独立的两个随机变量，它们的分布函数分别为 $F_X(x),F_Y(y)$，则 $Z=\min(X,Y)$ 的分布函数为_______.

（A） $F_Z(z)=\min\{F_X(z),F_Y(z)\}$　　（B） $F_Z(z)=1-[1-F_X(z)][1-F_Y(z)]$

（C） $F_Z(z)=F_X(z)F_Y(z)$　　（D）以上都不对

三、综合计算题

1. 随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}4xy\ , & 0<x<1,\ 0<y<1\ ,\\ 0\ , & \text{其它}\ .\end{cases}$

求：（1）边缘概率密度；（2） $P\{X<Y\}$；（3） X,Y 是否相互独立？

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}\ , & x\ge 0\ ,\\ 0\ , & x\ge 0\ .\end{cases}$ 求 $Y=e^X$ 的概率密度 $f_Y(y)$.

3. 设随机变量 (X,Y) 在由曲线 $y=x^2, y=\sqrt{x}$ 所围成的区域 G 内服从均匀分布. 试求：

（1） (X,Y) 的联合概率密度；（2）边缘密度 $f_X(x),f_Y(y)$；（3）判断 X 和 Y 是否独立？

4. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}ce^{-(x+y)}, & x>0,\ y>0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

（1）求 c；（2）求边缘概率密度 $f_X(x)及f_Y(y)$；（3）判断 X， Y 是否独立.

5. 设二维随机变量(X,Y)在由曲线$y=2, y=x, y=2x$所围成的区域G服从均匀分布. 求（1）边缘概率密度$f_X(x)$及$f_Y(y)$；（2）判断X，Y是否独立.

6. 设二维随机变量(X,Y)在区域G内服从均匀分布，G由直线$\frac{x}{2}+y=1$，x轴及y轴围成，求：（1）(X,Y)的概率密度；（2）关于X和关于Y的边缘概率密度，并说明X,Y是否相互独立；（3）$P\{Y \geq X\}$.

7. 随机变量(X,Y)在由曲线$y=x^2, y=x^2/2, x=1$所围成的区域G上服从均匀分布.

（1）求(X,Y)的概率密度；（2）求边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$.

8. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{3}xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

求（1）求(X,Y)的边缘密度函数；（2）$P\{X<Y\}$.

9. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(x+2y)}, & x>0, y>0, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

求（1）求A；（2）边缘密度函数$f_X(x), f_Y(y)$；（3）X和Y是否独立?

10. 设二维随机变量$\left(X,Y\right)$的联合密度为$f\left(x,y\right)=\begin{cases} cx^2y, & x^2 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

求：（1）确定常数c；（2）求边缘密度$f_X\left(x\right), f_Y\left(y\right)$，并判断随机变量$X,Y$的独立性.

11. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f\left(x,y\right)=\begin{cases} Ae^{-\left(2x+y\right)}, & x>0, y>0, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

求（1）常数A；（2）边缘密度函数$f_X(x), f_Y(y)$；（3）X和Y是否独立?

第四章 随机变量的数字特征

1.数学期望

一、填空题

1. 设随机变量 X 服从区间 $(2,5)$ 上的均匀分布，则 X 的数学期望 $E(X)$ 为_________.

2. 已知 X 服从泊松分布，且 $P(\mathrm{X}=5)=P(\mathrm{X}=6)$，则 $E(\mathrm{X}+2)=$_____.

3. 设 $X\sim U(0,2)$，则 $E\left(X\right)=$_______.

4. 设随机变量 $X\sim U(1,6)$，则 $E\left(X\right)=$_______.

二、综合计算题

1. 将 n 只球（$1\sim n$ 号）放入 n 个盒子（$1\sim n$ 号）中去，一个盒子装一只球. 若一只球装入与球同号的盒子中，称为一个配对. 记 X 为总的配对数，求 $E\left(X\right)$.

2. 设随机变量 X 具有概率密度 $f(x)=\begin{cases} k(1-\dfrac{1}{x^2}), & 1<x<2, \\ 0, & 其他. \end{cases}$

（1）求参数 k；（2）求 X 的数学期望 $E(X)$.

3. 在美国，致命的汽车事故占所有汽车事故的比例 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} kx(1-x)^5, & 0<x<1, \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

（1）求参数 k，（2）求 X 的数学期望 $E(X)$.

4. 掷一颗骰子，若得 6 点则可掷第二次，此时得分为：$6+$第二次所掷的点数，否则得分就是第一次所掷的点数，不能再掷，求所得分数的分布律，并求得分的数学期望.

5. 某种动物寿命 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 1-\dfrac{25}{x^2}, & x>5, \\ 0, & 其它. \end{cases}$ 求 X 的数学期望.

$2 方差.

1、已知$E\left(X\right)=-2$，$E\left(X^2\right)=5$，则$D\left(1-3X\right)=$_______.

2、已知$X\sim N(2,9)$，则$E(X^2)=$_____.

3、设随机变量$X\sim B(10,0.2)$，则$D(X)=$_______.

4、已知$D\left(Y\right)=36, Cov(X,Y)=12, \rho_{XY}=0.4$，则$D\left(X\right)=$_____.

5、设$X\sim b(100,0.1)$，则$DX=$_________.

6、设$X\sim b(n,p)$，则$DX=$_________.

7、设随机变量 X 与设随机变量 Y 相互独立，则 X 与 Y 的相关系数 $\rho=$_________.

8、设随机变量$X\sim U(0,2)$，则$DX=$_______.

9、1 设随机变量$X\sim U(1,6)$，则$D(X)=$_______.

10、设随机变量$X\sim N(1,2), Y\sim N(3,2)$，且$X,Y$独立，则$Z=2X-Y, Z\sim$_______.

二、选择题

1、对于任意两个随机变量X和Y，若$E(XY)=E\left(X\right)E\left(Y\right)$，则有_____.

(A) $D(XY)=D\left(X\right)D\left(Y\right)$　　(B) $D(X+Y)=D\left(X\right)+D\left(Y\right)$

(C) X和Y独立　　(D) X和Y不独立

2、若随机变量X的期望为$E(X)$，方差为$D(X)=\sigma^2$，由切比雪夫不等式得 $P\{|X-E(X)|\geq 3\sigma\}\leq$_______.

（A） $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{8}{9}$

3、设随机变量 $X \sim b(n, p)$，且 $EX = 2.4, DX = 1.44$，则二项分布参数 n, p 的值为_______.

（A） $n = 4, p = 0.6$ （B） $n = 6, p = 0.4$

（C） $n = 8, p = 0.3$ （D） $n = 24, p = 0.1$

4、设两个随机变量 X 和 Y 的方差分别为 6 和 3，则 $D(2X - 3Y)$ 为_______.

（A） 51 （B）21 （C）-3 （D）36

5、设随机变量 $X \sim B(n, p)$，且 $E(X) = 5, D(X) = 2.5$，则二项分布的参数 n, p 的值为_______.

（A） $n = 10, p = 0.5$ (B) $n = 6, p = 0.4$ (C) $n = 8, p = 0.3$ (D) $n = 24, p = 0.1$

6、设 a, b 均为常数，则下列数学期望和方差的性质中错误的是_______.

（A） $E(X + Y) = EX + EY$ (B) $D(b) = 0$

(C) $D(aX) = aD(X)$ (D) $E(aX) = aE(X)$

7、设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $P(X \le 1 + \mu) =$_____.

(A)随 μ 的增大而增大 (B)随 μ 的增大而减少

(C)随 σ 的增大而增大 (D)随 σ 的增大而减少

8、设随机变量 X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ 都存在，且 $D(X) > 0$，则 $Y = \frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}}$ 的数学期望 $E(Y) =$___________.

（A） 0 （B） 1 （C） -1 （D） 2

9、设随机变量 $X \sim N(0,1)$，$Y = 2X - 2$，则 $Y \sim$_______.

（A） $N(0,1)$　　(B) $N(-1,4)$　　(C) $N(-2,4)$　　(D) $N(-2,1)$

10、设 $X \sim N(-3,1), Y \sim N(2,1)$，且 X 与 Y 相互独立，令 $Z = X - 2Y + 7$，则 $Z \sim$ _____.

(A) $N(0,5)$　　(B) $N(0,3)$　　(C) $N(0,46)$　　(D) $N(0,54)$

11、设随机变量 $X \sim N(0,1), Y = 2X - 1$，则 $Y \sim$ _______.

（A） $N(0,1)$　　(B) $N(-1,4)$　　(C) $N(-2,4)$　　(D) $N(-2,1)$

三、综合计算题

1、某工程队完成某项工程的天数 X 是随机变量，具有分布律

X	10	11	12	13	14
p_k	0.2	0.3	0.3	0.1	0.1

所得利润（以一万元计）为 $Y = 1000(12 - X)$，求随机变量 Y 的期望和方差.

2、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} Ax^2, 0 \le x \le 2, \\ 0\ ,\text{其它}. \end{cases}$ 求：常数 A，$E(X)$ 及 $D(X)$.

3、随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \le 1, \\ 2 - x, & 1 < x \le 2, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$ 求 $E(X)$、$D(X)$.

4、在一批 12 台电视机中有 2 台次品，从中随机抽取 3 台，求取到的电视机中的次品数的数学期望和方差.

3.协方差及相关系数

1、设 X, Y 为两个随机变量，已知 $\text{cov}(X,Y) = 0$，则必有____________.

（A） X 与 Y 相互独立　　（B） $D(XY) = DX \cdot DY$

（C） $E(XY)=EX\cdot EY$　　　　（D）以上都不对

2、设 (X,Y) 为二维随机变量，则 $\xi=X+Y$ 与 $\eta=X-Y$ 不相关的充要条件为______.

(A)　$E(X)=E(Y)$　　　　(B)　$E(X^2)-E^2(X)=E(Y^2)-E^2(Y)$

(C) $E(X^2)=E(Y^2)$　　　　(D)　$E(X^2)+E^2(X)=E(Y^2)+E^2(Y)$

第五章 大数定律与中心极限定理

一、综合计算题

1、以 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 记 100 袋额定重量（以 kg 计）为 25 的袋装肥料的真实的净重，$E(X_i)=25$，$D(X_i)=1$，$i=1,2,\cdots,100$, $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 服从同一分布，且相互独立. $\overline{X}=\dfrac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}X_i$，求 $P\{24.75\le\overline{X}\le25.25\}$ 的近似值.

[附表]设 $\Phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$\Phi(x)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938

2、一仪器同时收到 100 个信号，其中第 i 个信号的长度为 X_i，$i=1,2,\cdots,100$. 设 X_i 是相互独立且都服从数学期望为 2 的指数分布，$i=1,2,\cdots,100$，试求 $P\left(\sum_{i=1}^{100}X_i>180\right)$.

[附表]设 $\Phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$\Phi(x)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938

3、预测量两地的距离，限于测量工具，将其分成 1200 段进行测量. 设每段测量误差（单位：千米）相互独立，且均服从区间（-0.5, 0.5）上的均匀分布，试求总距离测量误差的绝对值不超过 20（千米）的概率.(利用中心极限定理)

x	1	2	3
$\Phi(x)$	0.8413	0.9772	0.9987

4、假设生产线上组装每件成品所花费的时间服从指数分布，统计资料表明：该生产线每件产品的平均组装时间为10分钟.假设各件产品的组装时间相互独立.试求在15小时至20小时之间在该生产线组装完成100件成品的概率.（利用中心极限定理）.

x	1	2	3
$\Phi(x)$	0.8413	0.9772	0.9987

5、某种电子元件的寿命X（以年计）服从数学期望为2的指数分布，各元件的寿命相互独立.随机取100只元件，求这100只元件的寿命之和大于180的概率.[附表]设$\Phi(x)$是标准正态分布函数

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$\Phi(x)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938

6、一加法器同时收到20个噪声电压$V_k\left(k=1,2,\cdots,20\right)$，设它们是相互独立的随机变量，且都在区间$\left(0,10\right)$上服从均匀分布.记$V=\sum_{k=1}^{20}V_k$，求$P\{V>105\}$的近似值.

[附表]设$\Phi(x)$是标准正态分布函数

x	0	0.387	0.950	1.241	2.072	2.551
$\Phi(x)$	0.5000	0.6520	0.8289	0.8925	0.9808	0.9946

7、某种电灯的寿命X（以年计）服从数学期望为2的指数分布，各只电灯的寿命相互独立。随机取100只，利用中心极限定理求这100只电灯的寿命之和大于220年的概率.

[附表]设$\Phi(x)$是标准正态分布的分布函数

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$\Phi(x)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9938

第六章 样本及抽样分布

一、填空题

1、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自标准正态总体 $N(0,1)$ 的样本，则统计量

$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \sim$_______.

2、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，则

$\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sqrt{\dfrac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2}} \sim$_______.

3、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，S^2 是样本方差，则

$\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim$_____.

4、设 $X_i \sim N(0,1), i=1,2,\cdots,6.$，$C[(X_1+X_2+X_3)^2+(X_4+X_5+X_6)^2] \sim \chi^2(2)$，则 $C=$_____.

二、选择题

1、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自于正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，其中 μ,σ^2 未知，则下面不是统计量的是_______.

（A） X_i (B) $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$

(C) $S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ (D) $\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2$

2、下列结论中，不正确的是_______.

（A）若 $X\sim\chi^2(2), Y\sim\chi^2(3)$，则 $X+Y\sim\chi^2(5)$

(B) 若 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，且 X 和 Y 独立，则 $X^2+Y^2\sim\chi^2(2)$

(C) 设 $X_1,\cdots X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\overline{X}$ 是样本均值，则

$\overline{X}\sim N(\mu,\dfrac{\sigma^2}{n})$

(D) 若 $X \sim \chi^2(10)$，则 $D(X)=20$

3、对于给定的 α，$0<\alpha<1$，其中满足条件 $P\{t>t_\alpha(n)\}=\int_{t_\alpha(n)}^{\infty} h(t)dt=\alpha$ 的点 $t_\alpha(n)$ 为 $t(n)$ 分布的上 α 分位点，故___________.

（A） $t_{1-\alpha}(n)=t_\alpha(n)$　　（B） $t_{1-\alpha}(n)=-t_\alpha(n)$

（C） $t_{1-\alpha}(n)=-t_{\alpha-1}(n)$　　（D） $t_{1-\alpha}(n)=1-t_\alpha(n)$

4、设 $X_1,X_2,\cdots,X_{20}$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，则统计量 $\overline{X}$ 服从的分布_________.

（A）$N(\mu,\frac{\sigma^2}{20})$　（B）$N(20\mu,400\sigma^2)$　（C）$N(\mu,20\sigma^2)$　（D）$N(20\mu,\frac{\sigma^2}{400})$

5、设 $X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，则统计量 T= $\frac{\sum_{i=1}^{5}X_i}{\sqrt{\sum_{i=6}^{10}X_i^2}}$ ~ _________.

（A） $\chi^2(10)$　（B） $t(5)$　（C） $F(5,10)$　（D） $N(0,1)$

6、下列结论中，不正确的是_______.

（A） 若 $X\sim N(0,1),Y\sim N(0,1)$，则 $X^2+Y^2\sim\chi^2(2)$

(B) 若 $X\sim\chi^2(2),Y\sim\chi^2(3)$ 且 X 和 Y 独立，则 $X+Y\sim\chi^2(5)$

(C) 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\overline{X}$ 是样本均值，则 $\overline{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$

(D) 若 $X \sim \chi^2(10)$，则 $D(X)=20$

第七章 参数估计

1.点估计 2.基于截尾样本的最大似然估计

一、选择题

1、设总体 $X\sim U(0,\theta)$，其中 θ 为未知参数，X_1，X_2，……，X_n 为来自总体 X 的

样本，则θ的矩估计量$\hat{\theta}=$_______.

（A） X (B) $\overline{X}$ (C) $2\overline{X}$ (D) 以上都不对

2、设总体X服从参数λ的泊松分布，其中$\lambda>0$为未知参数，X_1，X_2，……，X_n为来自总体X的样本，则λ的矩估计量$\hat{\lambda}=$_______.

（A） X (B) $\overline{X}$ (C) $\frac{1}{\overline{X}}$ (D) 以上都不对

二、综合计算题

1、设总体X的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta\cdot x^{\theta-1}, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

其中$\theta>0$为未知参数。$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一个容量为n的简单随机样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$为一相应的样本值，求参数θ的最大似然估计值.

2、设总体X的概率密度为$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{x}{\theta^2}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0, \\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$ 其中$0<\theta<\infty$为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一个容量为n的简单随机样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$为一相应的样本值，试求参数θ的最大似然估计值.

3、设总体X的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{6\theta^4}x^3e^{\frac{-x}{\theta}}, & x>0, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中θ（$\theta>0$）为待估参数，设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$是一个样本值，求参数θ的最大似然估计值.

4、设总体X的分布律为

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中$0<\theta<1$为待估参数，设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$

是一个样本值，求参数θ的最大似然估计值.

5、设 X 服从参数为 $p(0<p<1)$ 的几何分布，其分布律为

$P\{X=x\}=(1-p)^{x-1}p, x=1,2,\cdots.$

p 为未知参数. 设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是一个样本值，求 p 的最大似然估计值.

6、设总体$X\sim\pi(\lambda),\lambda>0$未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自$X$的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$是相应的样本值.（1）求$\lambda$的矩估计量;（2）求$\lambda$的最大似然估计值.

7、设总体X的概率密度为

$$f(x;\theta)=\frac{\theta^x\cdot e^{-\theta}}{x!} \qquad (x=0,1,\cdots)$$

其中$\theta>0$为未知参数。设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体X的一个样本值，求参数θ的最大似然估计值.

8、设总体X的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta\cdot e^{(-\theta x)}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

其中$\theta>0$为未知参数。设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体X的一个样本值，用最大似然估计法求参数θ的估计值.

9、已知总体 X 服从参数为 λ 的指数分布，其概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$ $x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体的样本值，求参数λ的最大似然估计值.

10、设总体X的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}(\theta+1)\cdot x^{\theta}, & 0<x<1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

其中$\theta>0$为未知参数。$x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体X的一个样本值，用最大似然估计法求参数θ的估计值.

3.估计量的评选标准

一、填空题

1、$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$是常数$\theta$的两个无偏估计量，若$D(\hat{\theta}_1)<D(\hat{\theta}_2)$，则_______ 更有效.

二、选择题

1、设$X_1,\cdots X_n$是总体的样本，则下列统计量均为总体均值的无偏估计，其中最

有效的是_______.

（A）$\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{6}X_3$ （B）$\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$ （C）$X_1+X_2-X_3$ （D）$\frac{1}{2}(X_1+X_2)$

2、设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\overline{X},S^2$ 是样本均值和样本方差，下列结论中，错误的是_______.

（A） $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ (B) $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

(C) S^2 为 σ^2 的有偏估计量 (D) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ 为 σ^2 的有偏估计量

3、设 $X_1,\cdots X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\overline{X},S^2$ 是样本均值和样本方差，下列结论中，错误的是_______.

（A） $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ （B） $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

（C） S^2 为 σ^2 的无偏估计量 （D） $B_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ 为 σ^2 的无偏估计量

第七章 假设检验

1.假设检验

一、填空题

1、假设盒中有5个球，关于球的颜色有如下假设 H_0：盒中至多有一个红球. 若 H_0 为基本假设，其对立假设 H_1 为_________.

二、选择题

1、在假设检验中，显著性水平 α 的意义是_______.

（A）H_0 为真，但经检验拒绝 H_0 的概率 (B) H_0 为真，经检验接受 H_0 的概率

(C) H_0 不成立，经检验拒绝 H_0 的概率 (D) H_0 不成立，但经检验接受 H_0 的概率

2、在对单个正态总体均值的假设检验中，当总体方差已知时，选用_______.

（A） t 检验法 (B) χ^2 检验法 (C) F 检验法 (D) u 检验法

3、在假设检验中，显著性水平α 的意义是_____.

(A) H_0为真，但经检验拒绝H_0的概率 (B) H_0为真，经检验接受H_0的概率

(C) H_0为假，经检验拒绝H_0的概率　　(D) H_0为假，但经检验接受H_0的概率

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，σ^2 未知，统计假设为 $H_0: \mu = \mu_0$（μ_0已知）$H_1: \mu \neq \mu_0$，则所用统计量为_____.

(A) $U = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$　(B) $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\mathrm{S} / \sqrt{n}}$　(C) $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$　(D) $\chi^2 = \dfrac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{X}_i - \mu)^2$